プラズマ工学

ここでは簡単のため一次元の電子ガスの系を考える。一様な電子密度をとして、ある点においてだけ揺らいだとする。このとき、電子密度はと書ける。また、電子の速度をとすると、それは

という運動方程式を満たす。ここで、は電子密度の偏りによって生じた電界(以降電場と表現する。)で、はそれぞれ時刻(時間)、質量、電子電荷である。また、はに比べて十分に小さいとする。このときに成り立つ連続の式について考えよう。

電流密度をとするとそれは、

となるが、これらについてガウスの定理(この図では電荷をで、電流密度をiで表している。)を用いて証明せよ、当該定理については次のような数式で表される。

時計, 写真, 座る, 吊るす が含まれている画像

自動的に生成された説明

第２問

が電子密度などの関数として、のように表されること、また、の空間依存性を無視できるとすると、先ほどの連続の式は、つぎのように変形されることを証明せよ

第３問

つぎに電子密度の揺らぎによって生じた電場について考えよう。当該物理量は、ポアソン方程式を満たすことが知られている。通常、当該方程式は、静電ポテンシャルを用いて表されるが、ここでは簡単のために、電場で表すとすると次のようになる。

運動方程式をで偏微分した数式と連続の式を変形したものを連立させ、偏微分方程式を解くと、解は、のようになる。ここでは定数である。解に含まれる周波数（これがプラズマ周波数）を求め、を用いて表せ。ただし、円周率はとせよ。

ここでは次のような波動方程式に従う電磁波（ここからは表面波とよぶ）が基盤(s)とカバー(c)からなる２層構造で表面プラズモンを発生させる様子をモデル化し、表面プラズモンの修正因子(＝伝播定数β)を導出することを考える。

いまは、簡単のために横偏光(TM偏光)の場合だけを考えることとする。ここで、はそれぞれ電場、誘電率、透磁率、屈折率、光速である。下図のように表面波が軸方向を伝わる場合の伝播定数βは次のような関係を満たすものであることが知られている。

ここで、は、それぞれ表面波の縦波波数ベクトル、平面波の波数である。このβに関する解をを用いて表すために次のような数式変形を行う。記号に含まれる下付き文字はそれぞれ基盤(s)とカバー(c)に対応している。

基盤(s)とカバー(c)に関して、つぎのような関係が成り立つことが知られているため、次のように定数を定義しておく。

このような準備のもと、